

**B05-201**

## **Beräkningsexempel för strukturrepons Splitter mot enkelspänd betongvägg**

Författare: Joosef Leppänen. Ansvarig utgivare: Björn Ekengren.

<b>1 Orientering</b>	<b>1</b>
1.1 Samlingsdokument	1
1.2 Om detta dokument	2
<b>2 Förutsättningar</b>	<b>2</b>
<b>3 Belastning</b>	<b>3</b>
<b>4 Betongväggens egenskaper</b>	<b>4</b>
4.1 SDOF	4
4.2 Geometri och material	4
4.3 Massa	4
4.4 Styvhet och kapacitet	5
<b>5 Förskjutning och snittkrafter</b>	<b>6</b>
5.1 Förutsättningar	6
5.2 Betongvägg utsatt för stötvågs- och splitterbelastning	6
5.2.1 Förskjutning	6
5.2.2 Ekvivalent statisk last och resulterande moment	7
5.2.3 Sammanställning	8
<b>6 Kommentar</b>	<b>9</b>

---

## **1 Orientering**

### **1.1 Samlingsdokument**

För allmän information om MSB:s kunskapsdokument i serien Beräkning av impulsbelastade konstruktioner, se dokument B01-101. Där ges bland annat övergripande bakgrund, en sammanfattande beteckningslista samt referenser. För en förteckning av utgivna och kommande dokument i serien hänvisas till dokument B01-102.

## 1.2 Om detta dokument

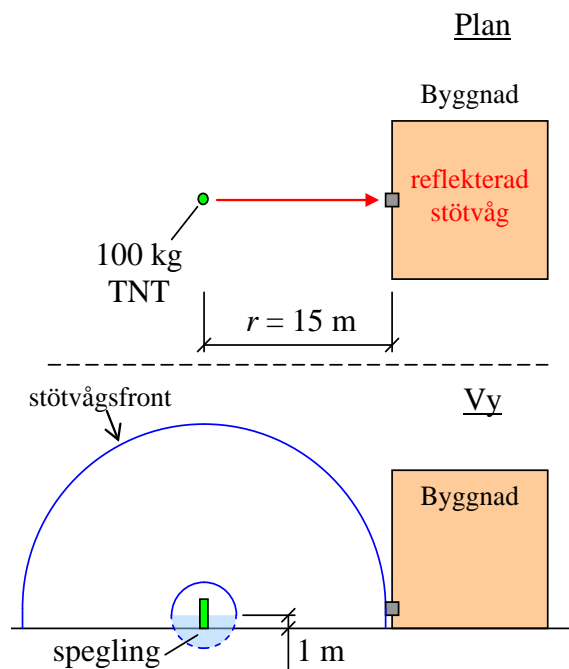
I detta dokument visas beräkningsexempel för kombinerad stötvågs- och splitterbelastning. I exemplet studeras responsen hos en tvåsidigt upplagd betongvägg.

Beräkningsgången är densamma som i beräkningsexempel B05-101, enkelspänd betongvägg. Skillnaden i beräkningar är lasten, här beaktas även splitterbelastning. I beräkning nyttjas ett enfrihetsgradssystem (SDOF), där beräkning av maximal förskjutning och ekvivalent statisk last redovisas, samt tillhörande maximalt fältmoment.

Teoretisk bakgrund för redovisade beräkningar behandlas i Johansson och Laine (2012c) samt Leppänen (2012). En sammanställning av beräkningsanvisningar ges i dokument B03-101, B03-102. Lasten som nyttjas i detta beräkningsexempel har hämtats från dokument B04-202 och geometri och material från dokument B05-101.

## 2 Förutsättningar

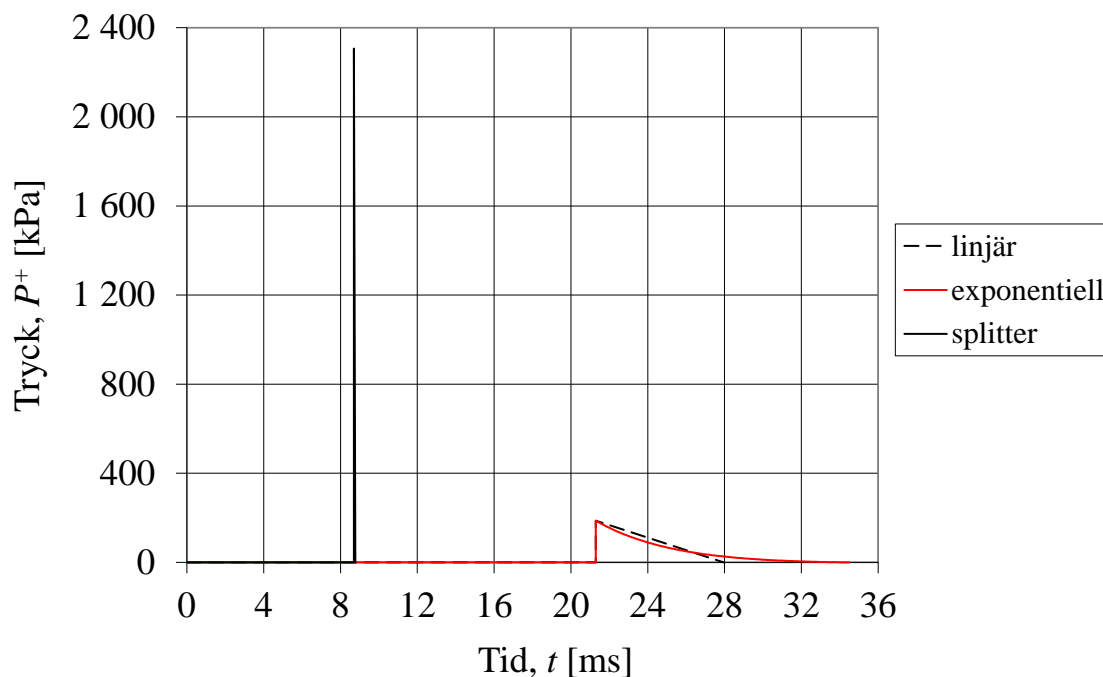
I Figur 2.1 illustreras studerat belastningsfall. En cylindrisk bomb på 200 kg innehållande motsvarande 100 kg TNT och höljets vikt är 100 kg, antas explodera 1 m ovan marknivå. I närheten av bomben står en betongbyggnad som kommer att utsättas för kombinerad stötvågs- och splitterbelastning. Här studeras effekten av kombinerad stötvågs- och splitterbelastning på avstånd  $r = 15$  m, för stötvågen fås en normalreflektad stötvåg. Den resulterande stötvåg approximeras som om den genereras av en sfärisk laddning.



Figur 2.1 En 200 kg cylindrisk bomb innehållande en laddning på motsvarande 100 kg TNT och höljets vikt är 100 kg, placerad 1 m ovan mark, exploderar och last mot utsatt byggnad på ett avstånd  $r = 15$  m studeras.

## 3 Belastning

Den verkande lasten bestäms i dokument B04-202 och sammanställs i Figur 3.1 samt Tabell 3.1. Stötvågen antas ha ett linjärt avtagande tryck. I redovisade beräkningar i avsnitt 5 och 6 studeras endast den reflekterade stötvågen kombinerat med splitterbelastning. I SDOF approximeras den totala impulsen genom att addera impulsen från splitter till impulsen för den reflekterade stötvågen. I jämförelse med central differensmetod i avsnitt 6 beaktas dock verklig ankomsttid och varaktighet för splitter- respektive stötvågsbelastning.



Figur 3.1 Impulsbelastning från kombinerad stötvågs- och splitterbelastning. För stötvågen redovisas linjärt och exponentiellt antagande om belastningen för reflekterad stötvåg.

Tabell 3.1 Stötvågsparametrar för reflekterad och oreflekterad belastning vid antagande om linjärt avtagande tryck, samt impulstäthet från splitterbelastning.

Linjärt avtagande tryck			
Oreflekterad stötvåg		Reflekterad stötvåg	
$P_s^+$	72 kPa	$P_r^+$	187 kPa
$i_s^+$	277 Pas	$i_r^+$	623 Pas
$t_{s,\Delta}^+$	7,7 ms	$t_{r,\Delta}^+$	6,7 ms
Splittebelastning			
$i_s^+ = 80,7 \text{ Pas}$			

## 4 Betongväggens egenskaper

### 4.1 SDOF

Vid beräkning av deformationen för betongväggen nyttjas ett enfrihetsgradssystem (SDOF) enligt samma metod som nyttjas i exempel redovisad i B05-101. Enfrihetsgradssystemet erhålls som:

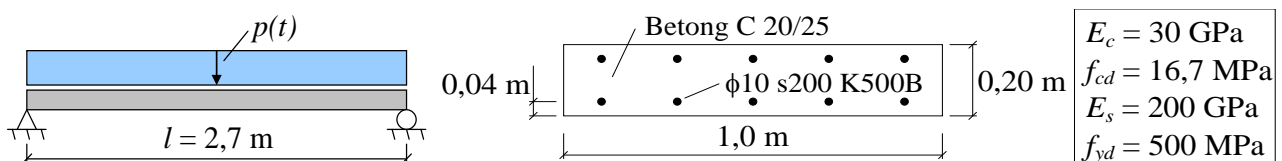
$$\kappa_{mF} m_b \ddot{u} + k_b u = F_b(t) \quad (4.1)$$

där  $m_b$  är balkens totala massa, vilket multipliceras med en faktor  $\kappa_{mF}$ ,  $k_b$  är styvheten för balken och  $F_b$  är lasten.

Beräkning görs i tre olika stadier för betongen, osprucket (stadium I), sprucket (stadium II) samt plastisk respons (stadium III). I redovisade beräkningar nyttjas index *I*, *II* eller *III* för respektive stadium.

### 4.2 Geometri och material

Den studerade betongväggen redovisas i Figur 4.1. Spännvidden är 2,7 m, varav en strimla med bredden 1,0 m och tjockleken 0,2 m studeras. Betongen är C20/25 och armeras med  $\phi 10$  s200 K500B.



Figur 4.1 Studerad meterstrimla av betongvägg.

### 4.3 Massa

Meterstrimlans totala massa kan beräknas till:

$$m_b = \rho \cdot b \cdot h \cdot l = 2400 \cdot 1,0 \cdot 0,20 \cdot 2,7 = 1296 \text{ kg} \quad (4.2)$$

I SDOF beräkning multipliceras därefter massan med värdet på  $\kappa_{mF}$ , vilket för en fritt upplagd balk, med elastisk respektive plastisk respons, fås enligt dokument B03-101 som:

$$\kappa_{mF,I} = \kappa_{mF,II} = 0,788 \quad (4.3)$$

$$\kappa_{mF,III} = 0,667 \quad (4.4)$$

Ekvivalent massa för stadium I och II (elastisk respons), samt stadium III (plastisk respons) beräknas till:

$$m_I = m_{II} = 0,788 \cdot 1296 = 1021 \text{ kg} \quad (4.5)$$

$$m_{III} = 0,667 \cdot 1296 = 864 \text{ kg} \quad (4.6)$$

### 4.4 Styvhet och kapacitet

För komplett beräkning av styvhet för elastisk respons och kapacitet för plastisk respons, se dokument B05-101. Här visas en kort sammanfattning av erhållna värden.

Styvheten kan beräknas som:

$$k = \frac{Q}{u} = \frac{ql}{u} = \frac{384}{5} \cdot \frac{EI}{l^3} \quad (4.7)$$

I stadium I och II erhålls tröghetsmomenten:

$$I_I = 6,7 \cdot 10^8 \text{ mm}^4 \quad (4.8)$$

$$I_{II} = 5,3 \cdot 10^7 \text{ mm}^4 \quad (4.9)$$

Styvheten kan nu bestämmas till:

$$k_I = \frac{384}{5} \cdot \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 6,7 \cdot 10^8}{2700^3} = 7,8 \cdot 10^4 \text{ N/mm} = 7,8 \cdot 10^7 \text{ N/m} \quad (4.10)$$

$$k_{II} = \frac{384}{5} \cdot \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 5,3 \cdot 10^7}{2700^3} = 6,2 \cdot 10^3 \text{ N/mm} = 6,2 \cdot 10^6 \text{ N/m} \quad (4.11)$$

Momentkapacitet för balken kan beräknas till 30,3 kNm. Genom att sätta momentkapacitet lika med maximalt fältmoment i balken kan den inre motståndskraft  $R$  för plastisk respons (stadium III) bestämmas som:

$$R = ql = \frac{8M_{sd}}{l} = \frac{8 \cdot 30,3}{2,7} = 90 \text{ kN} \quad (4.12)$$

## 5 Förskjutning och snittkrafter

### 5.1 Förutsättningar

Impulstäthet för reflekterad och oreflekterad stötvåg, samt impulstäthet från splitterbelastning för studerad betongvägg visas i avsnitt 3. Vid beräkning av förskjutningar i avsnitt 5.2 nyttjas den totala impulsen från stötvåg och splitter. Här studeras kombinationen av stötvågs- och splitterbelastning. Den totala impulsen beräknas som:

$$I = b \cdot l \cdot (i_{\text{stötvåg}} + i_{\text{splitter}}) = 1,0 \cdot 2,7 \cdot (623 + 80,7) = 1\,901 \text{ Ns} \quad (5.1)$$

I denna beräkning beaktas dock inte att stötvåg och splitter har olika ankomsttider till väggen från explosionen, vilket innebär att dessa kan träffa konstruktionen vid olika tidpunkter. Vidare beaktas ej eventuella skador i form av kraterbildning som splitter kan ge upphov till när de träffar väggen.

I Tabell 5.1 sammanställs massa och styvhet hos studerad väggstrimla, framtagna i avsnitt 4.

*Tabell 5.1 Sammanställning av massa och styvhet hos studerad väggstrimla när denna betraktas vara helt osprucken, sprucken samt uppvisa ett rent plastiskt beteende.*

Egenskap	Beteckning	Osprucken (stadium I)	Sprucken (stadium II)	Plastisk (stadium III)	Enhet
Massa	$m$	1021	1021	864	kg
Styvhet	$k$	$7,8 \cdot 10^7$	$6,2 \cdot 10^6$	-	N/m
Kapacitet	$R$	-	-	90	kN

## 5.2 Betongvägg utsatt för stötvågs- och splitterbelastning

### 5.2.1 Förskjutning

För elastisk respons fås den maximala förskjutningen för väggen som:

$$u_{el} = \frac{I}{\sqrt{mk}} \quad (5.2)$$

för osprucken betong (stadium I) fås:

$$u_I = \frac{1901}{\sqrt{1021 \cdot 7,8 \cdot 10^7}} = 6,7 \text{ mm} \quad (5.3)$$

och för sprucken betong (stadium II) fås:

$$u_{II} = \frac{1901}{\sqrt{1021 \cdot 6,2 \cdot 10^6}} = 23,9 \approx 24 \text{ mm} \quad (5.4)$$

För plastisk respons (stadium III) fås den maximala förskjutningen som:

$$u_{pl} = \frac{I^2}{2Rm} \quad (5.5)$$

och följande deformation erhålls för studerad betongvägg:

$$u_{III} = \frac{1 \cdot 901^2}{2 \cdot 90 \cdot 10^3 \cdot 864} = 23,3 \approx 23 \text{ mm} \quad (5.6)$$

### 5.2.2 Ekvivalent statisk last och resulterande moment

Ekvivalent statisk last kan för betongväggen med elastisk respons beräknas som:

$$q_{el} = \frac{k u_{el}}{l} \quad (5.7)$$

och för osprucken betong (stadium I) fås:

$$q_I = \frac{7,8 \cdot 10^7 \cdot 6,7 \cdot 10^{-3}}{2,7} = 194 \text{ kN/m} \quad (5.8)$$

och för sprucken betong (stadium II) fås:

$$q_{II} = \frac{6,2 \cdot 10^6 \cdot 24 \cdot 10^{-3}}{2,7} = 54 \text{ kN/m} \quad (5.9)$$

För plastisk respons (stadium III) kan den ekvivalenta statiska lasten beräknas som:

$$q_{pl} = \frac{R}{l} \quad (5.10)$$

och följande last erhålls:

$$q_{III} = \frac{90}{2,7} = 33 \text{ kN/m} \quad (5.11)$$

Utifrån statisk ekvivalent last kan maximalt fältmoment för en fritt upplagd balk med utbredd last bestämmas enligt följande för de olika stadierna:

$$M_I = \frac{194 \cdot 2,7^2}{8} = 177 \text{ kNm} \quad (5.12)$$

$$M_{II} = \frac{54 \cdot 2,7^2}{8} = 49 \text{ kNm} \quad (5.13)$$

$$M_{III} = \frac{33 \cdot 2,7^2}{8} = 30 \text{ kNm} \quad (5.14)$$

Erhållna moment skall endast ses som illustrativa, då stadium I beräkning förutsätter att balken är osprucken. Dock kommer balken att spricka för denna last. Vidare kommer stadium II övergå till plastisk respons. I stadium III erfordras dessutom en kontroll av plastisk deformationsförmåga, vilket redovisas i dokument B05-101.

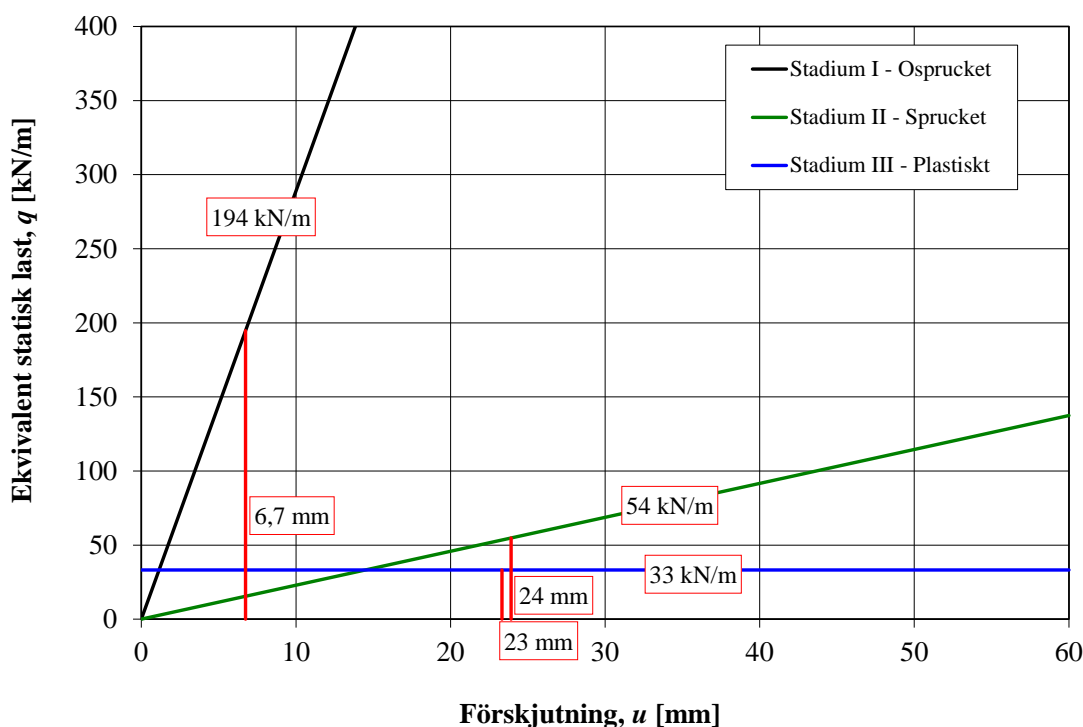
### 5.2.3 Sammanställning

Resultat för studerad betongvägg sammanställs i Tabell 5.2 och Figur 5.1. Osprucken betong (stadium I) visar en styvare respons än sprucken betong (stadium II) och plastisk respons (stadium III). Förskjutning för sprucken betong och plastisk respons är ganska likvärdiga i detta fall. Ifall väggen skulle utsättas för en högre last skulle det dock erfordras en större deformation för vägg med plastisk respons för att den inre energiförbrukningen skall öka jämfört med respons för vägg med sprucken betong.

Tabell 5.2 Sammanställning av förskjutning, ekvivalent statisk last samt maximalt fältmoment för studerad betongvägg.

Egenskap	Beteckning	Stadium I (osprucken)	Stadium II (sprucken)	Stadium III (brott)	Enhet
Förskjutning	$u$	6,7	24	23	mm
Ekv. statisk last	$q$	194	54	33	kN/m
Max. fältmoment	$M$	177	49	30	kNm





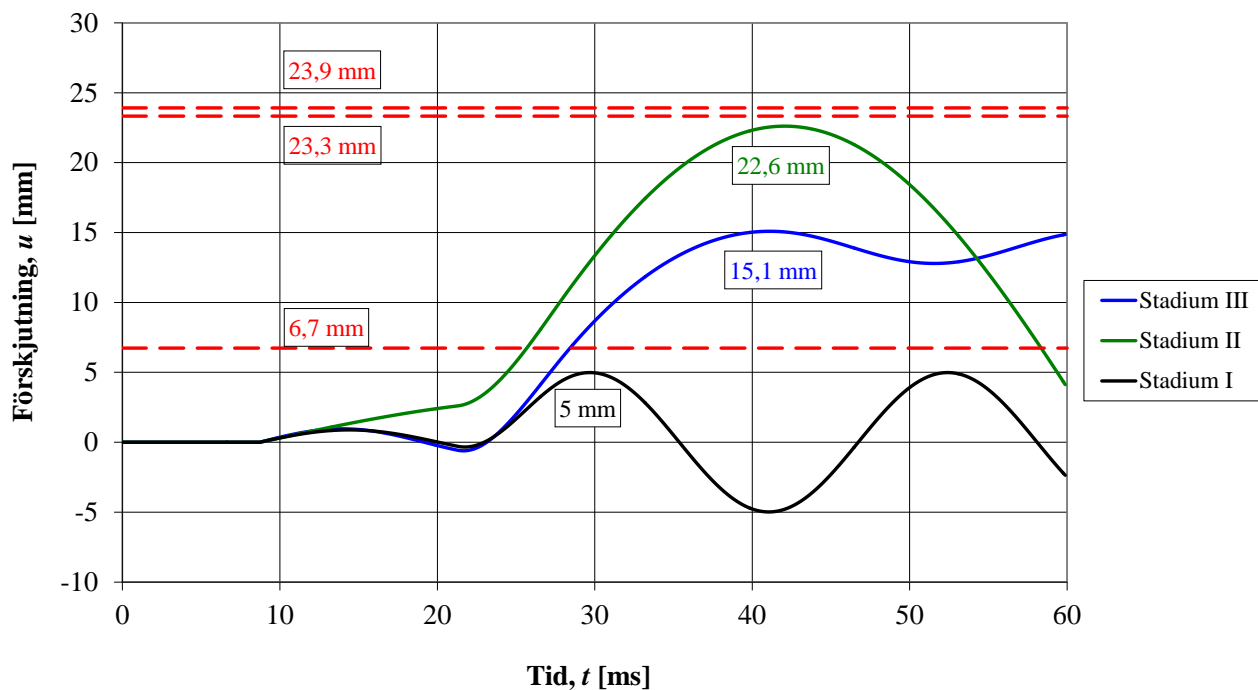
Figur 5.1 Sammanställning av ekvivalent statisk last  $q$  och maximal deformation  $u$  för studerad väggstrimla belastad av reflekterad stötvåg när balken antas befinna sig i stadium I, stadium II eller stadium III.

## 6 Kommentar

Beräknade förskjutningar i avsnitt 5 förutsätter att stötvågen och splittret träffar väggen samtidigt. Kraterbildning orsakas när splitter träffar en betongvägg. I detta exempel är krafterdjupet 50 mm, se dokument B04-202. Dock har inverkan av kraterbildningen försumrats eftersom splittertätheten är endast  $0,06 \text{ kg/m}^2$ , se dokument B04-202. Exempel för hur kraterbildning kan beaktas i beräkning, redovisas i Leppänen (2012).

Som jämförelse har en beräkning med central differensmetod gjorts, vilket redovisas i Figur 6.1. Denna jämförelse visar att förskjutningarna blir lägre vid en mer noggrann beräkning med central differensmetod för de olika stadierna jämfört med redovisade beräkningar i avsnitt 5. Splitter kan antingen träffa väggen före, efter eller samtidigt som stötvågen träffar väggen. Beroende på väggens rörelseriktning och hastighet kan det bli olika ogynnsamt för väggen då ankomsttid för stötvåg och splitter skiljer sig åt. Ifall splittret träffar väggen vid tidpunkt då väggen har som störst hastighet och samma rörelseriktning som belastningen från stötvågen har, erhålls den största deformationen i väggen. I redovisat exempel så träffar dock inte stötvågen och splittret väggen samtidigt. Splittret träffar väggen först, med en ankomsttid på ca 9 ms, medan stötvågen har en ankomsttid på ca 21 ms. Vid tidpunkten då stötvågen träffar väggen har väggen redan hunnit svänga fram och tillbaka en gång, och väggens rörelse är i motsatt riktning som stötvågsbelastningen har, vilket förklarar de stora avvikelserna i resultat mellan SDOF och den mer noggrannare beräkningen med central differensmetod.

## Beräkning av impulsbelastad konstruktion



Figur 6.1 Förskjutnings-tidssamband för studerad betongvägg, jämförelse med numerisk lösning i olika stadium för belastning enligt avsnitt 3. Listade värden anger i avsnitt 5.2.1 beräknade förskjutningar.